# MI·SFの表单

**玫の窗**

**La Porte de la rose**

**Optic\_css**

18世纪的大家，与现代不同，他们发现、抽象化生活中的问题，进而去深入思考，解决这些问题的生活方式很让我羡慕。那个时候，人们面临的问题还主要是一些奇怪的、超难解的微分方程，干净地解完一个ODE的感觉，会是发现新大陆一样的金色吧，我不禁这样想... ...

下面是一个表单，用于对SF(Special Function)的初步概览，概括了一些常用的基本特性以及简单定义。

|  |
| --- |
| 误差函数erf    可以看出，erf具有渐进性，利用它可以得到指数积分  对数积分则是依由指数积分衍生而来  对于较小的，有 |
| Bessel 函数  Bessel函数(for the first kind & second kind)是如下Bessel方程的解  定义为  要使存在，需满足，另外，Bessel函数的产生式为  一则简单的关系为  这是第一类Bessel函数  由图可知，具有无穷多单重实零点，它们呈原点对称分布，满足  . 的零点在的容许误差下有  对于仿真模拟而言，未缩放的abs(imag(z))很快上溢超出双精度的限制而不可计算，  如下图所示  Hankel函数是将两类Bessel函数相结合，，有    图为的模量&相位等高线图，其于时的渐进性质为  其于时的渐进性质为 |
| Gamma 函数  在复平面处处解析，除去作为奇点  对于，定义为  对于Gamma函数做解析延拓至，如下所示    对于，，定义为  存在Euler Formula:  他也被叫做Euler无穷乘积  额外的，它与的联系在于  Weierstrass无穷乘积  Gamma函数也满足对称性(依据Weierstrass无穷乘积可得)  Stirling公式为  分数输入有  复数输入有  对于Gamma函数的对数导数(Logarithmic Derivative)，定义为  它满足以下的函数关系  另一方面，对于满足积分式  其中，Euler常数为，则有对于正整数 |
| Beta 函数  要求且，定义为  另外一提，依据前述Gamma函数的对数导数可以获得Gamma函数对数的Binet公式，Binet第一公式为  Binet第二公式为 |
| Hypergeometric函数  作为Gaussian超几何方程的解出现  对于，方程有形如Hypergeometric函数的解  它满足如下性质  当不为整数时，方程通解可以表示为  除此以外，Hypergeometric函数对于有积分表示 |
| Legendre 函数 |
| 不完全Gamma, Beta函数  不完全Gamma函数定义为  它们满足递归关系  它们在时的渐进性质为  在的渐进行为为  函数也与误差函数产生联系  对于不完全Beta函数定义为 |

# 2020 à venirG

下面是一些例子，记述我在种种情形下遇见的个人而言认为有一定含义的奇妙的东西们，希望以此来使自己对于情况有比较真实的掌握。例子里面不会包含很数学的内容，为加深个人理解，将步骤尽量写明，并留意注明了所对应的问题类型，If necessary，也加上了实际问题中它的用处，如果文档有机会分享给朋友，希望其中的经验以及积累能够满足一下眼球？咦竟然不是知识需求嘛！嗷呜！！！

|  |
| --- |
| Pochhammer符号基础-[an identity. stackexchange](https://math.stackexchange.com/questions/656505/an-identity-involving-the-pochhammer-symbol?r=SearchResults) |
| Beta函数的积分恒等式-[stackexchange](https://math.stackexchange.com/questions/2403029/prove-the-following-beta-integral-identity)  已知，证明存在  已知对于，依据分布论，对于一个局部可积函数，  有Fourier Transform ，其中，，  在完全不考虑<不可积性>的前提下，有如下证明 |
| 电子的Mutual Energy-[chaoli](https://chaoli.club/index.php/5334/last)  电子间的径矢，则他们之间的互能量密度表示为  利用积分，证明互能为  可以看出，只需证明在减去开球的积分等于即可，利用分部积分可得  其中，前一个体积分由于从而vanish，后面的面积分中令，则在球面上有  对于非常小的，积分中，因此，积分趋近于  这里所用到的integration by parts是下面中的(0.3.1) |
| 正交坐标系中的Dirac函数-[Solution of Electrodynamics](https://book.douban.com/subject/2161293/)  在线元分别为的正交坐标系中，Dirac函数的形式为  例如，在球坐标中有线元，故的Dirac函数为  这之中包含着Dirac函数的如下性质  事实上，Dirac函数还有如下性质 |
| 常用公式：关于Vector Analysis-[Solution of Electrodynamics](https://book.douban.com/subject/2161293/)  矢量分析中的楔形积在三维空间中表现为多种多样的形式，它们在Electrodynamics中很常用的样子，故在这里进行一个总结 |
| 物理诠释：关于Separation of Variables-[Notes on Separation of Variables](http://math.mit.edu/~stevenj/18.303/separation.pdf)  适用于PDE的解有time invariance、translation invariance、或/和rotational invariance性质时，与建模时采用的idealized思想有着很大的关系。  time invariance对应于如下形式的解  这类方程有，，。  注意，当把方程的解化为时间变量分离的形式时，也有一种generalize的方法，而这种方法到最后总会将问题化为求算符的本征矢的问题，即。  当方程不可分离变量时，也可以利用上述方法先求出算符的本征矢以及对应本征值，此时将作为方程的解代入原方程则可以得到一组关于的方程组(一般来讲，这个方程超级难解)，叫做关于的coupled-mode equation。  空间变量的分离常常用于解形如的本征问题，它仅被用在解决下面四种问题中   * “在一个超box域中PDE的系数为常值且box上的边值关系是不变的，则可以分解为”； * “在开球域中，对于具有旋转对称性的 以及具有旋转不变性的系数以及边值关系，可以分解为，注意，这里的常常是以同样的形式出现，对于二维场合为，对应于Fourier Series，在三维场合中为，注意这里为正整数，为整数且”； * “在具有平移不变性的无限域，如，在方向不变的边值关系以及系数，我们总是能给出形如的分离变量解，并且可以得到，对于实数，这个解不在无穷远处发散，对应于Fourier Transform”； * “以上三种情况的组合，如三维空间中的柱面域，它具有形如的分离变量解”；   实际上，分离变量法是对称群及其表示(对称群的结构以及本征解)之间关系的一种实例。 |
|  |